

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ-FAZA LOCALĂ
CLASA IX**

BAREME ȘI SOLUȚII ORIENTATIVE

SUBIECTUL I

Modalitate de prelucrare : $\overrightarrow{AG_A} = \overrightarrow{r_{G_A}} - \overrightarrow{r_A}$ 1p

$$= \frac{\overrightarrow{r_M} + \overrightarrow{r_B} + \overrightarrow{r_C}}{3} - \overrightarrow{r_A} \dots\dots\dots 3p$$

Echivalența $\overrightarrow{AG_A} + \overrightarrow{BG_B} + \overrightarrow{CG_C} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{r_M} = \frac{\overrightarrow{r_A} + \overrightarrow{r_B} + \overrightarrow{r_C}}{3}$ 3p

SUBIECTUL II

Prin adunarea ecuațiilor rezulta: $x + y + z = 3,5$ 3p

Din câte o ecuație a sistemului și relația anterioară se obține:

$$\{y\} = 0,3 \text{ și } [z] = 2; \dots\dots\dots 1p$$

$$\{z\} = 0,2 \text{ și } [x] = 1; \dots\dots\dots 1p$$

$$\{x\} = 0 \text{ și } [y] = 0; \dots\dots\dots 1p$$

Se obține soluția: $x = 1, y = 0,3$ și $z = 2,2$1p

SUBIECTUL III

Notăm $S_n = 3a_1 + 5a_2 + \dots + (2n+1)a_n$.

Relația din enunț se poate scrie: $S_{n-1} + (2n+1)a_n = (n+1)^2 a_n - \frac{1}{2}n(n+1)$

$$n^2 a_{n-1} - \frac{1}{2}(n-1)n + (2n+1)a_n = (n+1)^2 a_n - \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$n^2(a_n - a_{n-1}) = n, \forall n \geq 2 \dots\dots\dots 3p$$

$$b_n = n+1, \forall n \geq 1 \dots\dots\dots 2p$$

Demonstrarea progresiei aritmetice.....2p

SUBIECTUL IV

Se prelucurează fiecare radical astfel:

$$\sqrt{2011x + yz} = \sqrt{(x+y+z)x + yz} \dots\dots\dots 2p$$

$$= \sqrt{(x+y)(x+z)} \dots\dots\dots 2p$$

$$\leq \frac{2x+y+z}{2} \text{ (ineg. mediilor)} \dots\dots\dots 2p$$

Se adună cele trei relații și se obține inegalitatea cerută.....1p